

unterhalb der Erdoberfläche installiert, um den Untergrund aus der kosmischen Strahlung zu reduzieren. Wegen der 2.2 MeV Bindungsenergie von Deuterium werden hier ^8B -Neutrinos beobachtet (Kap. 14.3). Das Čerenkov-Licht der Elektronen wird mit 9'438 Photovervielfachern nachgewiesen. Zusätzlich wurden 2 t NaCl im Schwerwasser gelöst, um die Rückstossneutronen der Reaktion (790) einzufangen. Der n -Einfang in einem ^{35}Cl -Kern führt zu einer γ -Kaskade mit einer totalen Energie von ca. 8 MeV. Die entstehenden Compton-Rückstosselektronen können von den Elektronen aus Reaktion (789) getrennt werden, da die γ -Verteilung aus ^{35}Cl isotrop ist. Die D_2O -Kugel ist in einem radiochemisch sauberen H_2O -Gefäß eingetaucht, um die natürliche γ -Strahlung aus den Felsen (Th- und U-Isotope) zu unterdrücken. SNO findet [114] für das Verhältnis der Neutrino Flüsse ϕ_{CC} aus Reaktion (789) zu ϕ_{NC} aus Reaktion (790):

$$\frac{\phi_{CC}}{\phi_{NC}} = (30.6 \pm 3.5)\%, \quad (791)$$

woraus folgt, dass solare ν_e verschwinden. Andererseits ist der gemessene Fluss ϕ_{NC} mit den Voraussagen der solaren Modelle verträglich. Somit ist das langjährige Rätsel des solaren Neutrino Defizites (Kap. 14.3) gelöst.

14.6.1 Oszillationsmechanismus

Da ν_e , ν_μ und ν_τ ineinander oszillieren (und somit die Leptonenzahl nicht erhalten bleibt), sind ν_e , ν_μ und ν_τ keine Eigenzustände der (schwachen) Wechselwirkung, sondern eine lineare Superposition der Eigenzustände $\nu_i \equiv \nu_1, \nu_2$ und ν_3 mit Massen m_1, m_2 und m_3 :

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_{i=1}^3 U_{\alpha i} |\nu_i\rangle \quad (\alpha = e, \mu, \text{ oder } \tau). \quad (792)$$

Dabei ist die Matrix U unitär¹⁶¹. Als ν_e, ν_μ und ν_τ verstehen wir die Neutrinos, die im Zusammenhang mit Elektronen bzw. Myonen und Tauonen, erzeugt wurden. Z.B. ist das ν_μ das Neutrino, das im $\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$ -Zerfall beobachtet wird. Da ν_μ eine Superposition von ν_1, ν_2 und ν_3 ist, bekäme man aus einer beliebig genauen Messung des μ -Impulses (bei bekannten π - und μ -Massen) drei mögliche Werte m_1, m_2 oder m_3 , mit dem Mittelwert

$$m_\mu = \langle \nu_\mu | H | \nu_\mu \rangle = \sum_{i,j=1}^3 U_{\mu i} U_{\mu j}^* \overbrace{\langle \nu_j | H | \nu_i \rangle}^{\delta_{ij} m_i} = \sum_{i=1}^3 |U_{\mu i}|^2 m_i \quad \text{mit} \quad \sum_{i=1}^3 |U_{\mu i}|^2 = 1. \quad (793)$$

Die Wahrscheinlichkeit, m_i zu messen, wäre $|U_{\mu i}|^2$.

Betrachten wir nun zur Zeit $t = 0$ im Labor einen ν_α -Strahl mit bestimmtem Impuls $p \gg m_i$. Die Eigenzustände ν_i haben den gleichen Impuls p , aber unterschiedliche Energien E_i (und Geschwindigkeiten β_i), da die Massen m_i verschieden sein können¹⁶². Die

¹⁶¹Wir verwenden griechische Buchstaben für Flavours und römische Buchstaben für Eigenzustände.

¹⁶²Die quantenmechanische Behandlung mit Wellenpaketen ist kompliziert, s. dazu Ref. [115].

zeitliche Entwicklung der Komponente ν_i in ihrem Ruhesystem nach der Zeit t im Labor lautet

$$|\nu_i(\tau_i)\rangle = e^{-im_i\tau_i}|\nu_i\rangle, \quad (794)$$

mit der Eigenzeit

$$\tau_i = \frac{t}{\gamma_i}. \quad (795)$$

Mit der Lorentztransformation zum Ruhesystem

$$m_i = \gamma_i E_i - \beta_i \gamma_i p \quad (796)$$

findet man aus (794)

$$|\nu_i(t)\rangle = e^{-iE_i t + i\beta_i p t} |\nu_i\rangle = e^{-i(E_i L - p L)} |\nu_i\rangle, \quad (797)$$

da Neutrinos wegen ihrer kleinen Massen hoch relativistisch sind ($\beta_i \simeq 1$), und wobei $L \simeq t$ (in natürlichen Einheiten) die Flugstrecke bezeichnet. Ferner kann man wegen $m_i \ll p$

$$E_i = \sqrt{p^2 + m_i^2} \simeq p \left(1 + \frac{m_i^2}{2p^2}\right) = p + \frac{m_i^2}{2p} \quad (798)$$

schreiben. Mit der mittleren Energie $E \simeq p$ bekommt man dann

$$|\nu_i(L)\rangle = e^{-i\frac{m_i^2 L}{2E}} |\nu_i\rangle. \quad (799)$$

Somit lautet die Zusammensetzung des ν_α -Strahles nach der Flugstrecke L

$$|\nu_\alpha(L)\rangle = \sum_{i=1}^3 U_{\alpha i} e^{-i\frac{m_i^2 L}{2E}} |\nu_i\rangle. \quad (800)$$

Die Amplitude für ein Neutrino ν_β nach der Strecke L ist dann

$$\langle \nu_\beta | \nu_\alpha(L) \rangle = \sum_{i,j=1}^3 \langle \nu_j | U_{\beta j}^* U_{\alpha i} e^{-i\frac{m_i^2 L}{2E}} |\nu_i\rangle = \sum_{i=1}^3 U_{\beta i}^* U_{\alpha i} e^{-i\frac{m_i^2 L}{2E}}, \quad (801)$$

da

$$\langle \nu_i | \nu_j \rangle = \delta_{ij}. \quad (802)$$

Die Wahrscheinlichkeit, ein Neutrino ν_β nach der Flugstrecke L zu finden, ist

$$I_{\alpha\beta} = |\langle \nu_\beta | \nu_\alpha(L) \rangle|^2 = \left| \sum_{i=1}^3 U_{\alpha i} U_{\beta i}^* e^{-i\frac{m_i^2 L}{2E}} \right|^2. \quad (803)$$

Da die Matrix U unitär ist,

$$\left| \sum_{i=1}^3 U_{\alpha i} U_{\beta i}^* \right|^2 = \delta_{\alpha\beta}, \quad (804)$$

folgt aus Glg. (803), dass $I_{\alpha\beta} = 0$ für $\alpha \neq \beta$. Also oszillieren masselose Neutrinos nicht für $m_1 = m_2 = m_3$, oder speziell falls alle Massen verschwinden.

Als einfaches Beispiel betrachten wir die Oszillation zwischen zwei Neutrinosorten. Die 2×2 -Matrix U hat die Form¹⁶³

$$U = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}. \quad (805)$$

Dann ist aus Glg. (803) die Wahrscheinlichkeit, nach der Strecke L die 2. Sorte zu finden, wenn für $L = 0$ die 1. Sorte erzeugt wurde:

$$\begin{aligned} I_{12} &= \left| -\sin \theta \cos \theta e^{-i\frac{m_1^2 L}{2E}} + \cos \theta \sin \theta e^{-i\frac{m_2^2 L}{2E}} \right|^2 \\ &= \sin^2 2\theta \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{12}^2 L}{4E} \right) \quad \text{mit} \quad \boxed{\Delta m_{12}^2 \equiv m_1^2 - m_2^2}. \end{aligned} \quad (806)$$

Es ist üblich, Δm_{12}^2 in eV^2 , L in km und E in GeV auszudrücken. Man findet mit $1 \text{ km} = (10^{21}/197.3) \text{ GeV}^{-1}$:

$$\boxed{I_{12} = \sin^2 2\theta \sin^2 \left(\frac{1.27 \Delta m_{12}^2 [\text{eV}^2] L [\text{km}]}{E [\text{GeV}]} \right)}. \quad (807)$$

Abb. 197 zeigt die Übergangswahrscheinlichkeit¹⁶⁴ I_{12} als Funktion von L/E für $\theta = 30^\circ$ und $\Delta m_{12}^2 = 8 \times 10^{-5} \text{ eV}^2$. Die Periode der Schwingung ist $\pi E / 1.27 \Delta m_{12}^2 = 31 \text{ km/MeV}$.

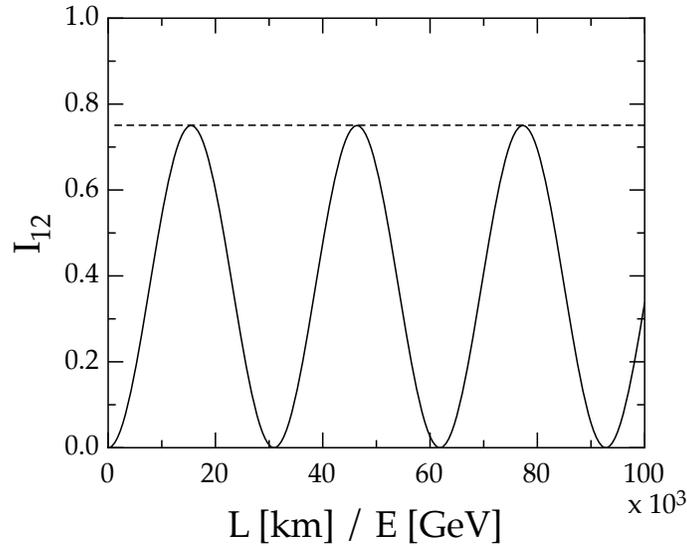


Abbildung 197: Wahrscheinlichkeit, ein Neutrino der Sorte 2 zu finden, wenn bei $L = 0$ ein Neutrino der Sorte 1 erzeugt wurde.

¹⁶³Eine $N \times N$ unitäre Matrix wird durch $2N^2$ Parameter beschrieben. Mit N^2 Gleichungen ($U^\dagger = U^{-1}$) und $2N - 1$ unbeobachtbaren relativen Phasen zwischen den Zuständen ν_i und ν_α sind aber nur $f = 2N^2 - N^2 - (2N - 1) = (N - 1)^2$ Parameter unabhängig. Für $N = 2(3)$ ist dann $f = 1(4)$.

¹⁶⁴Wie wir weiter unten zeigen werden (Abschnitt 14.6.4), entspricht I_{12} der Wahrscheinlichkeit, ein ν_μ oder ein ν_τ zu finden, wenn bei $L = 0$ ein ν_e erzeugt wurde (mit der Annahme $\theta_{13} = 0$).

14.6.2 Oszillationen zwischen drei Neutrinosorten

Daten für atmosphärische und solare Neutrinos, sowie Ergebnisse aus Beschleunigern und Kernreaktoren, lassen sich mit Oszillationen zwischen drei Neutrinosorten erklären. Die Matrix U enthält vier freie Parameter¹⁶⁴, drei Winkel θ_{12} , θ_{13} , θ_{23} , und eine Phase δ . Die üblichste Parametrisierung¹⁶⁵ lautet

$$U = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & e^{-i\delta}s_{13} \\ 0 & 1 & 0 \\ -e^{i\delta}s_{13} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (808)$$

mit $s_{ij} \equiv \sin \theta_{ij}$ und $c_{ij} \equiv \cos \theta_{ij}$. Die Matrix U setzt sich also aus drei Rotationen zusammen (Abb. 198): eine erste Rotation um die 3-Achse (θ_{12}), eine zweite um die neue 2-Achse (θ_{13}), und eine dritte um die neue 1-Achse (θ_{23}). Aus den Daten findet man die Winkel

$$\theta_{12} \sim 30^\circ, \theta_{23} \sim 45^\circ \text{ und } \theta_{13} < 10^\circ. \quad (809)$$

Diese Winkel sind wesentlich grösser als die Mischungswinkel im Quarksektor (Kap. 16.3).

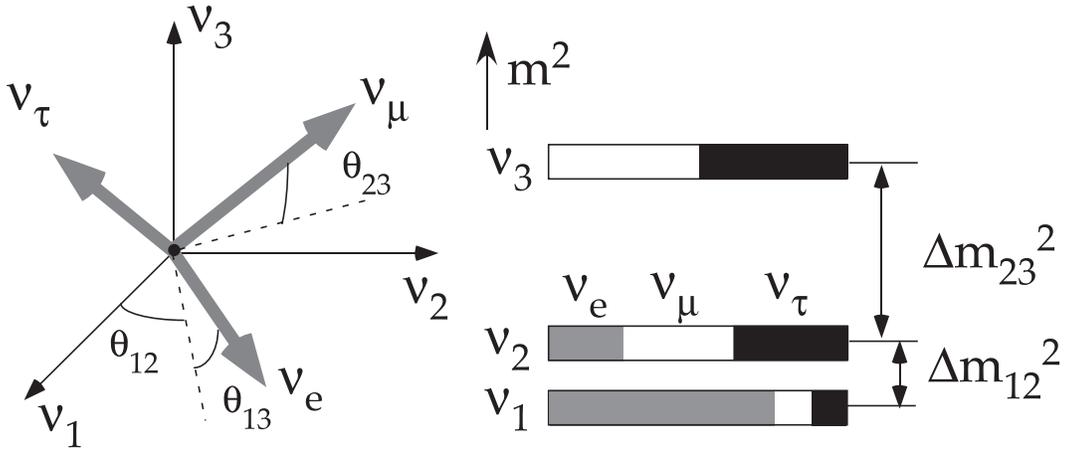


Abbildung 198: Links: Definition der Winkel θ_{ij} . Die gestrichelten Linien sind Projektionen in die 12-Ebene. Rechts: Massenspektrum und Flavour-Zusammensetzung der Eigenzustände. Der Beitrag von ν_e zu ν_3 ist klein und verschwindet sogar für $\theta_{13} = 0$.

Ferner findet man für die Differenzen der Massenquadrate der drei Eigenzustände ν_1 , ν_2 und ν_3 :

$$|\Delta m_{23}^2| \simeq 2.4 \times 10^{-3} \text{ eV}^2 \text{ und } |\Delta m_{12}^2| \simeq 7.6 \times 10^{-5} \text{ eV}^2. \quad (810)$$

Da

$$\Delta m_{12}^2 + \Delta m_{23}^2 = \Delta m_{13}^2, \quad (811)$$

ist dann

$$\Delta m_{13}^2 \simeq \Delta m_{23}^2. \quad (812)$$

¹⁶⁵Pontecorvo-Maki-Nagakawa-Sakata- (PMNS-) Matrix.

Abb. 198 zeigt das Massenspektrum¹⁶⁶. Absolute Neutrinomassen sind mit Oszillationen nicht messbar. Aus den Massendifferenzen in Abb. 198 und Glg. (810) folgt aber, dass die Masse des ν_3 -Neutrinos mindestens 50 meV betragen muss.

Zur Bestimmung der Phase δ braucht man grössere Datenmengen, da θ_{13} klein ist¹⁶⁷. Dann enthält ν_e praktisch keine ν_3 -Komponente (Abb. 198). Wir zeigen nun, dass Δm_{23}^2 mit atmosphärischen Neutrinos oder Neutrinos aus Beschleunigern und Δm_{12}^2 mit Neutrinos aus der Sonne oder Kernreaktoren bestimmt werden.

14.6.3 Δm_{23}^2 -Oszillationen

Wir nehmen nun zur Vereinfachung an, dass $\theta_{13} = 0$ ist und berechnen die Oszillationswahrscheinlichkeit atmosphärischer Neutrinos für nicht zu grosse Distanzen L , sodass der Term

$$\frac{\Delta m_{12}^2 L}{2E} \ll 1 \quad (813)$$

ist. Die U -Matrix (808) lautet mit $\theta_{13} = 0$:

$$U = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12}c_{23} & c_{12}c_{23} & s_{23} \\ s_{12}s_{23} & -c_{12}s_{23} & c_{23} \end{pmatrix}. \quad (814)$$

Die Intensität (803) ist

$$\begin{aligned} I_{\alpha\beta} &= |U_{\alpha 1}U_{\beta 1}^* e^{-i\frac{m_1^2 L}{2E}} + U_{\alpha 2}U_{\beta 2}^* e^{-i\frac{m_2^2 L}{2E}} + U_{\alpha 3}U_{\beta 3}^* e^{-i\frac{m_3^2 L}{2E}}|^2 \\ &= |U_{\alpha 1}U_{\beta 1}^*|^2 + |U_{\alpha 2}U_{\beta 2}^*|^2 + |U_{\alpha 3}U_{\beta 3}^*|^2 + 2\text{Re}U_{\alpha 1}U_{\beta 1}^*U_{\alpha 2}U_{\beta 2} \\ &\quad + 2\text{Re}U_{\alpha 1}U_{\beta 1}^*U_{\alpha 3}U_{\beta 3}^* e^{-i\frac{\Delta m_{13}^2 L}{2E}} + 2\text{Re}U_{\alpha 2}U_{\beta 2}^*U_{\alpha 3}U_{\beta 3}^* e^{-i\frac{\Delta m_{23}^2 L}{2E}}. \end{aligned} \quad (815)$$

Aus der Unitaritätsbedingung ist für $\alpha \neq \beta$

$$U_{\alpha 1}U_{\beta 1}^* + U_{\alpha 2}U_{\beta 2}^* + U_{\alpha 3}U_{\beta 3}^* = 0, \quad (816)$$

woraus

$$\begin{aligned} |U_{\alpha 1}U_{\beta 1}^*|^2 + |U_{\alpha 2}U_{\beta 2}^*|^2 + |U_{\alpha 3}U_{\beta 3}^*|^2 + 2\text{Re}U_{\alpha 1}U_{\beta 1}^*U_{\alpha 2}U_{\beta 2} \\ - 2\text{Re}U_{\alpha 1}U_{\beta 1}^*U_{\alpha 3}U_{\beta 3}^* - 2\text{Re}U_{\alpha 2}U_{\beta 2}^*U_{\alpha 3}U_{\beta 3}^*. \end{aligned} \quad (817)$$

Einsetzen in (815) liefert

$$I_{\alpha\beta}(\alpha \neq \beta) = 2\text{Re}U_{\alpha 1}U_{\beta 1}^*U_{\alpha 3}U_{\beta 3}^*[e^{-i\frac{\Delta m_{13}^2 L}{2E}} - 1] + 2\text{Re}U_{\alpha 2}U_{\beta 2}^*U_{\alpha 3}U_{\beta 3}^*[e^{-i\frac{\Delta m_{23}^2 L}{2E}} - 1] \quad (818)$$

¹⁶⁶Das "invertierte" Massenspektrum mit ν_1, ν_2 oben und ν_3 unten ist auch möglich.

¹⁶⁷ $0 < \delta < \pi$ führt zu CP -Verletzung, $I(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) \neq I(\nu_{\bar{\alpha}} \rightarrow \nu_{\bar{\beta}})$, und auch zu T -Verletzung im Neutrinosektor, $I(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) \neq I(\nu_\beta \rightarrow \nu_\alpha)$, wenn CPT erhalten bleibt, d.h. wenn $I(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = I(\nu_{\bar{\beta}} \rightarrow \nu_{\bar{\alpha}})$.

und mit $\Delta m_{13}^2 \simeq \Delta m_{23}^2$ ist

$$\begin{aligned}
I_{\alpha\beta}(\alpha \neq \beta) &= 2\text{Re}U_{\alpha 3}^* U_{\beta 3} \overbrace{[U_{\alpha 1} U_{\beta 1}^* + U_{\alpha 2} U_{\beta 2}^*]}^{-U_{\alpha 3} U_{\beta 3}^*} \underbrace{[e^{-i\frac{\Delta m_{23}^2 L}{2E}} - 1]}_{e^{-i\frac{\Delta m_{23}^2 L}{4E}} \left(e^{-i\frac{\Delta m_{23}^2 L}{4E}} - e^{i\frac{\Delta m_{23}^2 L}{4E}} \right)} \\
&= 4|U_{\alpha 3}^* U_{\beta 3}|^2 \text{Re} \left(i e^{-i\frac{\Delta m_{23}^2 L}{4E}} \sin \left[\frac{\Delta m_{23}^2 L}{4E} \right] \right), \quad (819)
\end{aligned}$$

also

$$\boxed{I_{\alpha\beta}(\alpha \neq \beta) = 4|U_{\alpha 3}^* U_{\beta 3}|^2 \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{23}^2 L}{4E} \right)}. \quad (820)$$

Wir setzen die Matrix U Glg. (814) ein und erhalten mit $U_{13} = 0$:

$$\begin{aligned}
I_{e\tau}(\nu_e \rightarrow \nu_\tau) &= I_{\tau e}(\nu_\tau \rightarrow \nu_e) = 0, \\
I_{e\mu}(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) &= I_{\mu e}(\nu_\mu \rightarrow \nu_e) = 0, \quad (821)
\end{aligned}$$

und

$$I_{\mu\tau}(\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau) = I_{\tau\mu}(\nu_\tau \rightarrow \nu_\mu) \quad (822)$$

mit

$$\boxed{I_{\mu\tau}(\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau) = \sin^2 2\theta_{23} \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{23}^2 L}{4E} \right) = \sin^2 2\theta_{23} \sin^2 \left(\frac{1.27 \Delta m_{23}^2 [\text{eV}^2] L [\text{km}]}{E [\text{GeV}]} \right)}. \quad (823)$$

Man findet die Oszillationsformel für zwei Neutrinosorten, Glg. (806) oder (807). Das geschieht für atmosphärische ν_μ , die nach ν_τ oszillieren. Aus den Daten (z.B. Abb. 195) werden θ_{23} und Δm_{23}^2 bestimmt ($\sin^2 2\theta_{23} \simeq 1$, da sich ν_μ vollständig in ν_τ verwandelt). Die Oszillationsperiode der Intensität (823) ist $\pi E / 1.27 \Delta m_{23}^2 \simeq 1'200$ km für 1 GeV-Neutrinos¹⁶⁸.

Am CERN wird ein ν_μ -Strahl mit mittlerer Energie von 17 GeV schief in die Erde zum unterirdischen Labor Gran Sasso bei Rom geschossen, wo der OPERA-Detektor nach ν_τ 's sucht, die auf der 732 km langen Flugstrecke aus den Oszillationen $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ erzeugt werden. Der Detektor besteht aus 150'000 "Ziegeln" mit alternierenden (44 μm) dicken AgBr-Filmemulsionen und 1 mm dünnen Bleifolien [116]. Gesucht werden ν_τ -Konversionen in τ -Leptonen durch die Reaktion $\nu_\tau N \rightarrow \tau^- X$, $\tau^- \rightarrow \pi^- + \nu_\tau$. Das τ -Lepton wird durch seine relativ lange mittlere Zerfallslänge identifiziert. Erwartet werden ca. 2 τ -Zerfälle/Jahr. Abbildung 199 zeigt das erste Ereignis, das 2010 in Opera beobachtet wurde [117]. Das τ -Lepton zerfällt in $\pi^- \pi^0$ und ein unsichtbares ν_τ . Die zwei Photonen

¹⁶⁸Für längere Flugstrecken ($L \geq 10'000$ km) ist der Term (813) nicht mehr vernachlässigbar. Man beobachtet eine kleine und langsame Modulation der Intensität (823) und die Aussagen (821) sind nicht mehr gültig.

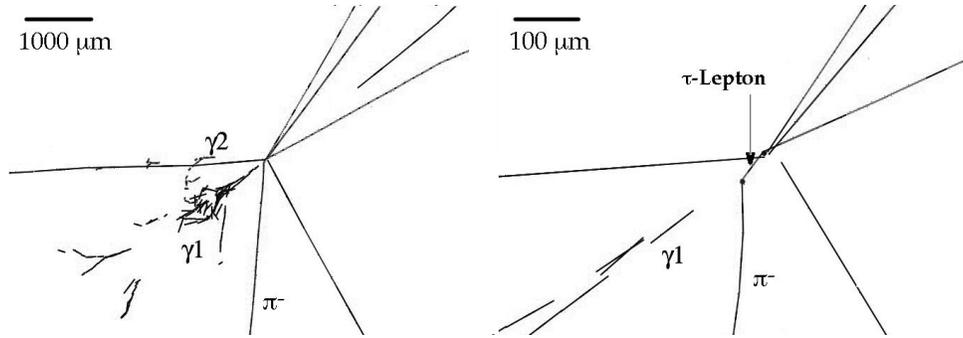


Abbildung 199: Nachweis der Oszillation ν_μ in ν_τ mit dem OPERA-Detektor im Prozess $\nu_\tau N \rightarrow \tau^- X$, $\tau^- \rightarrow \pi^- + \nu_\tau$. Das Bild links zeigt die Konversion der zwei Photonen aus dem π^0 -Zerfall (in die Ebene senkrecht zum Neutrinostrahl). Die Vergrößerung rechts zeigt die Projektion der Spuren des τ -Leptons und des π^- -Tochtereilchens (ebenfalls in die Ebene transversal zum Neutrinostrahl). Die Zerfallstrecke (im dreidimensionalen Raum) ist ca. 1.3 mm lang (nach [117]).

vom π^0 -Zerfall werden durch ihre Konversion in e^+e^- -Paare nachgewiesen. Es ist die erste Beobachtung einer Oszillation mit einer Änderung des Neutrino flavours zwischen dem Erzeugungsort und dem Nachweispunkt.

Mit dem T2K-Experiment in Japan soll der Winkel θ_{13} genauer gemessen werden. Wie schon erwähnt, könnte mit einem endlichen Wert für θ_{13} CP -Erhaltung im Neutrino sektor geprüft werden. Gesucht werden Oszillationen $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ mit der Frequenz $\Delta m_{23}^2 L / 4E$ auf der 295 km langen Strecke zwischen dem J-PARC-Beschleuniger in Tokai und dem Super-Kamiokande-Detektor. Die Neutrinos werden leicht seitwärts (2.5°) von der Richtung des primären Pionenstrahls detektiert. Somit bekommt man einen praktisch monoenergetischen Neutrinostrahl mit einer mittleren Energie von $\simeq 600$ MeV (Kap. 8.2) und einer Oszillationsperiode von ca. 600 km.

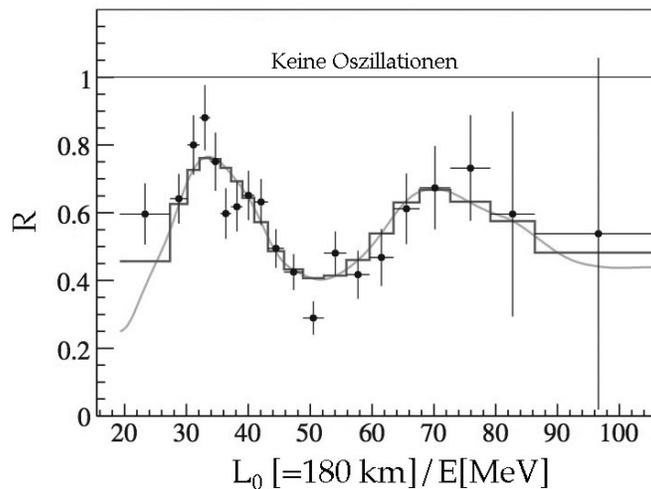


Abbildung 200: Oszillation von $\bar{\nu}_e$ aus Kernreaktoren, als Funktion der Energie bei festem Abstand L_0 (nach Ref. [118]). Aufgetragen ist das Verhältnis R zwischen Beobachtung und Erwartung ohne Oszillationen. Die Kurve gibt die beste theoretische Anpassung. Das kontinuierliche Energiespektrum der Neutrinos erklärt die scheinbare Dämpfung der Schwingung. Man beachte die unterdrückte horizontale Skala.

14.6.4 Δm_{12}^2 -Oszillationen

Wir berechnen noch die Oszillationswahrscheinlichkeit I_{ee} ($\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e$) für $\bar{\nu}_e$ aus Kernreaktoren, weiterhin mit der Annahme $\theta_{13} = 0$, also $U_{13} = 0$. In diesem Fall enthält das $\bar{\nu}_e$ keine $\bar{\nu}_3$ -Komponente (Abb. 198), sodass I_{ee} nicht von Δm_{23}^2 abhängen kann. Die einfache Herleitung aus Glg. (803) benützt wie oben die Unitaritätsbedingung der U -Matrix und ergibt:

$$I_{ee} = | |U_{11}|^2 e^{-i\frac{m_1^2 L}{2E}} + |U_{12}|^2 e^{-i\frac{m_2^2 L}{2E}} |^2 = 1 - \sin^2 2\theta_{12} \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{12}^2 L}{4E} \right). \quad (824)$$

Abb. 200 zeigt die Intensität der Reaktorantineutrinos als Funktion ihrer Energie E für eine Flugstrecke $L_0 = 180$ km. Die Daten wurden in Japan mit dem KamLAND-Detektor aufgenommen. Die Antineutrinos wurden mit dem inversen β -Zerfall $\bar{\nu}_e p \rightarrow e^+ n$ in einem Behälter mit 1200 m^3 flüssigem Szintillator nachgewiesen. Aufsummiert und normalisiert auf 180 km sind die Daten aus 53 Nachbarreaktoren. Die Detektionsschwelle war 2.6 MeV (s. Abb. 183 für die Energieverteilung der Antineutrinos). Man beobachtet eine eindeutige Schwingung mit einer mittleren Periode von ca. 30 km/MeV. Mit Glg. (824) kann man aus den Daten von Abb. 200 $\theta_{12} \simeq 37^\circ$ und $\Delta m_{12}^2 \simeq 8 \times 10^{-5} \text{ eV}^2$ bestimmen [118]. Der Winkel θ_{12} lässt sich auch aus den solaren Neutrinos (Reaktion $pp \rightarrow de^+ \nu_e$) bestimmen. Aufgrund der Ausdehnung der Quelle im Zentrum der Sonne kann man die Oszillation nicht beobachten, sondern nur den Mittelwert von I_{ee} über viele Oszillationsperioden.

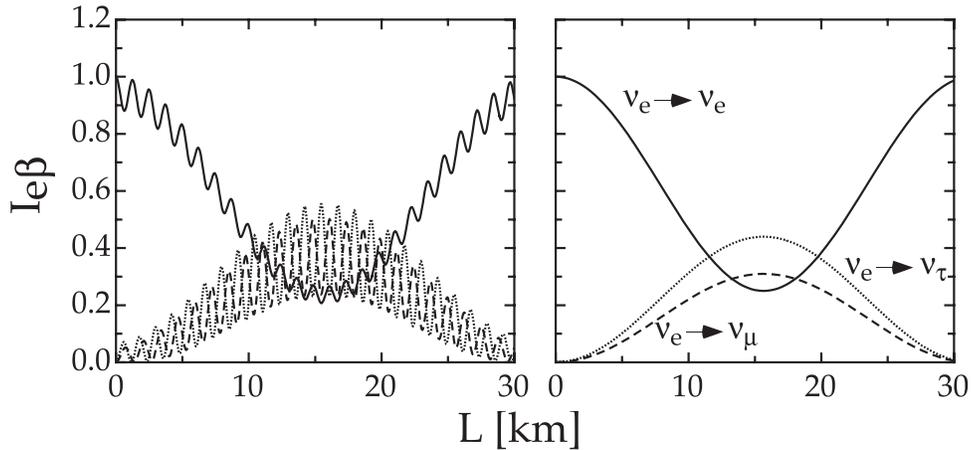


Abbildung 201: Oszillationen mit 1 MeV Neutrinos. Zur Zeit $t = 0$ werden ν_e erzeugt. Die Kurven wurden mit $\theta_{12} = 30^\circ$, $\theta_{23} = 50^\circ$, $\theta_{13} = 10^\circ$, $\delta = 0$ (links) und $\theta_{13} = 0^\circ$ (rechts) berechnet.

Abb. 201 zeigt noch die berechnete Oszillation $\nu_e \rightarrow \nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$ für 1 MeV-Neutrinos. Die Kurven wurden aus Glg. (803) berechnet. Man beobachtet zwei Modulationen, eine mit der Periode $\pi E / 1.27 \Delta m_{12}^2 \simeq 31$ km (s. auch Abb. 197), die andere mit $\pi E / 1.27 \Delta m_{23}^2 \simeq 1'200$ m. Für $\theta_{13} = 0$ verschwindet die schnelle Modulation.